

Олимпиада школьников «Высшая проба»

Решения и критерии проверки

10 класс

Задание 1. «Роботы»

Приведем возможные рассуждения о том, почему японские работники поступают рационально, оцениваемые в полный балл (первая группа причин):

- В связи с развитием робототехники появятся новые вакансии в сфере обслуживания роботов взамен тех, что были ликвидированы. Они будут связаны с усовершенствованием техники, проверкой ее состояния, починкой. Рабочие, которые окажутся безработными из-за ликвидации рабочих мест, смогут сменить специализацию и, следовательно, получить новую работу, более востребованную в современном мире.

Однако говорить о переквалификации работников, не упомянув о вакансиях именно в сферах, появившихся в связи с развитием робототехники, некорректно. Безработные, появившиеся из-за структурных изменений в экономике, увеличат предложение труда (при неизменном количестве рабочих мест), что в свою очередь приведет к снижению равновесной заработной платы. Для большинства работников данная ситуация нежелательна. Именно поэтому требуется привести аргументы, связанные с увеличением спроса на труд.

- Повсеместное внедрение робототехники приведет к увеличению производительности труда и капитала. Это можно рассматривать как сдвиг кривой долгосрочного предложения вправо. В долгосрочной перспективе это станет причиной роста совокупного выпуска, то есть увеличению ВВП, и снижению общего уровня цен. В совокупности эти факторы приводят к увеличению благосостояния населения, а следовательно, и отдельного работника.

Рассуждения о росте ВВП без последовательного перехода на конкретного работника не были засчитаны за аргументированное доказательство и были оценены в **0 баллов**.

- Роботы могут начать использоваться на вредном, опасном или тяжелом производстве. В этом случае, они, действительно, станут причиной увеличения безработицы. Однако за счет данного способа их использования снизится количество человеческих жертв, улучшится состояние здоровья нации. Следовательно, вырастет продолжительность жизни, а это является одной из причин, по которым работникам выгодно создание данных роботов.
- Робототехника может не только заменить некоторых работников, но помочь другим. Так, ее использование, например, в медицине повысит точность диагностики и операций. Таким образом, она повлияет на увеличение продолжительности жизни населения, что выгодно японцам.

- Бунт на предприятии не рационален. Инициатива по созданию робототехники исходит от владельцев предприятий, на которых трудятся японцы. Отказ от работы повлечет за собой их увольнение, но не остановит процесс производства, так как один работник может быть заменен другим, который сейчас находится в поисках работы.
- Работники, которые сейчас трудятся над созданием роботов, могут максимизировать свой пожизненный доход. Работая в области, на товары которой сейчас наблюдается повышенный спрос на их труд, они зарабатывают больше, чем могли бы получать на другой работе, соответствующей их навыкам. Они могут увеличить сбережения, а в дальнейшем жить на них и/или проценты от них. Эта разница может компенсировать падение дохода, связанное с потерей рабочего места в будущем.
- Очень часто работники живут настоящим, не думая о долгосрочной перспективе. Следовательно, создавая сейчас роботов, они не предполагают, что в будущем эти роботы отнимут их работу. Для них важно только настоящее, где создание робототехники является их должностной обязанностью, за которую они получают заработную плату.
- Ликвидация рабочих мест может произойти в отраслях, не связанных с робототехникой, например, связанных с уборкой и обслуживанием. Следовательно, японцы, которые сейчас трудятся над созданием роботов, не окажутся в числе тех, чьи профессии окажутся под угрозой через 13 лет. Таким образом, их поведение рационально, так как они выполняют свои должностные обязанности, производя товар, на который сейчас наблюдается повышенный спрос.

Приведем возможные рассуждения, оцененные в половину баллов (вторая группа причин). Причины в этой группе содержат в себе спорные рассуждения, которые могут противоречить стимулам индивидуального работника:

- Роботы упрощают жизнь людей. У человека появляется больше свободного времени, так как часть или всю работу за него, какие-то монотонные действия могут делать роботы. Следовательно, больше времени появляется для самообразования, повышения квалификации или для семьи.
- Многие роботы выполняют работу точнее людей, так как они не устают. Соответственно, снижается вероятность ошибки на производстве, то есть уменьшается вероятность аварии на производстве или техногенной катастрофы, вызванной человеческим фактором.

Критерии проверки:

- Аргументированно раскрыта любая одна из указанных причин первой группы — **6 баллов**;
- Аргументированно раскрыта любая другая из указанных причин первой группы — **7 баллов**;
- Аргументированно раскрыта любая третья из указанных причин первой группы — **7 баллов**;
- Аргументы в пользу государства, предпринимателей оценивались в **0 баллов**;
- Аргументы, раскрытые неполностью, или аргументы, относящиеся к второй группе, оценивались в **3 балла**.

Задание 2. «Три мушкетера»

Выведем функцию общего спроса на напиток:

$$Q^d(P) = \begin{cases} 0, & \text{при } P \geq 27 \\ 27 - P, & \text{при } 15 \leq P < 27 \\ 72 - 4P, & \text{при } 10 \leq P < 15 \\ 92 - 6P, & \text{при } 0 \leq P < 10 \end{cases}$$

Найдем максимальную прибыль трактирщика с привлечением помощника и без него. Сначала рассмотрим случай без помощника. Выведем MR и MC .

$$MR(Q) = \begin{cases} 27 - 2Q, & \text{если } 0 \leq Q < 12 \\ 18 - \frac{1}{2}Q, & \text{если } 12 \leq Q < 32 \\ \frac{46}{3} - \frac{1}{3}Q, & \text{если } 32 \leq Q < 92 \end{cases}$$

$$TC(Q) = Q^2 + 3Q + 4 \Rightarrow MC(Q) = 2Q + 3$$

Найдем все подозрительные на максимум прибыли точки, рассмотрев отдельно участки, на которых MR линейна. Заметим, что на каждом линейном участке $MC(Q)$ — возрастающая функция, $MR(Q)$ — убывающая. Значит, точка Q^* , такая, что $MR(Q^*) = MC(Q^*)$, является точкой максимума прибыли.

1-й участок: $0 \leq Q < 12$

Имеем: $27 - 2Q = 2Q + 3 \Rightarrow Q = 6$. Эта точка принадлежит рассматриваемому интервалу. Тогда $P^* = 21$, а прибыль равна $\pi_1(6) = TR - TC = 21 \cdot 6 - 36 - 18 - 4 = 68$.

2-й участок: $12 \leq Q < 32$

$18 - \frac{1}{2}Q = 2Q + 3 \Rightarrow Q = 6$. Эта точка не входит в рассматриваемый интервал. Тогда максимум будет в ближайшей к 6 точке из допустимого интервала: $Q^* = 12 \Rightarrow \pi_1(12) = -4 < 0$.

3-й участок: $32 \leq Q < 92$

$\frac{46}{3} - \frac{1}{3}Q = 2Q + 3 \Rightarrow Q = \frac{37}{7}$. Эта точка не входит в рассматриваемый интервал. Тогда максимум будет в ближайшей к точке $\frac{37}{7}$ точке из допустимого интервала: $Q^* = 32 \Rightarrow \pi_1(32) < 0$

Аналогично рассмотрим случай, когда трактирщик нанимает помощника. Тогда $MC(Q) = \frac{2}{11}Q + 3$. Рассмотрим отдельно участки, на которых MR линейна.

1-й участок: $0 \leq Q < 12$

$27 - 2Q = \frac{2}{11}Q + 3 \Rightarrow Q = 11$ — точка лежит на интервале. Следовательно, $P^* = 16$, а прибыль трактирщика равна $\pi_2(11) = \frac{97}{2} = 48.5$.

2-й участок: $12 \leq Q < 32$

$18 - \frac{1}{2}Q = \frac{2}{11}Q + 3 \Rightarrow Q^* = 22$ — точка лежит на интервале. Следовательно, $P^* = 12.5$, а прибыль равна: $\pi_2(12.5) = \frac{130}{2} = 65$

3-й участок: $32 \leq Q < 92$

$\frac{46}{3} - \frac{1}{3}Q = \frac{2}{11}Q + 3 \Rightarrow Q = \frac{407}{17}$ — точка не входит в интервал. Тогда максимум достигается в ближайшей к точке $\frac{407}{17}$ из допустимого интервала: $Q^* = 32 \Rightarrow \pi_2(32) < 0$.

Теперь из всех возможных случаев выбираем случай с наибольшей прибылью, равной 68. В этом случае $P = 21$.

Критерии проверки:

- **+4 балла** за вывод функции общего спроса;
- **+1 балл** за анализ одного участка в каждом из шести случаев (всего **6 баллов**)
- **+1 балл** за обоснование того, что найдена точка максимума на каждом участке (всего **6 баллов**)
- **+1 балл** за рассмотрение прибыли на границах интервала в случае выпадения точки, удовлетворяющей условию $MR(Q) = MC(Q)$ за границу интервала в случае работы с помощником и в случае работы без него (всего **2 балла**)
- **+2 балла** за сравнение прибылей и нахождение правильного ответа

Задание 3. «Готов предложить Вам подешевле»

Увеличение выручки и/или прибыли магазина, влекущее рост зарплаты его работников, при подобном поведении продавца может происходить за счет следующих факторов:

1. Увеличивается объем продаж так называемого целевого продукта, в данном случае, газеты Daily Telegraph, издательство которой может быть заинтересовано в росте продаж экземпляров газеты и готово нести дополнительные расходы ради этого. Плата от издательства покрывает убытки от продажи бутылки по сниженной цене, таким образом, общая выручка магазина растет. **(10 баллов)**

2. Продажа товаров комплектом (вода+газета в данном случае) является одним из видов ценовой дискриминации, которая позволяет увеличить прибыль магазина (а при больших объемах продаж и его выручку), что положительно сказывается на зарплате его работников. Поэтому продавец магазина может быть напрямую заинтересован в росте объема продаж таких комплектов. Покупатель, который готов был отдать на бутылку воды некоторую сумму денег, возможно, захочет приобрести две газеты с двумя бутылками воды в подарок, в то же время покупатель, который не готов был купить бутылку воды, возможно, захочет приобрести комплект по акции. **(10 баллов)**

3. Рестораны в городе и магазины в аэропорту действуют на монополистически конкурентном рынке: создают лояльных покупателей за счет дифференцированного продукта, это позволяет им устанавливать цену выше предельных издержек. Фирма на таком рынке, максимизируя прибыль, выбирает объем выпуска на эластичном участке спроса ($|Ed| > 1$). Снижение цены при эластичном спросе приводит к увеличению выручки и доходов продавцов/официантов, возможно даже за счет снижения прибыли магазина/ресторана. **(10 баллов)**

4. Любезное поведение продавца/официанта, который заботится об экономии покупателей, привлекает, возможно, новых клиентов и/или стимулирует покупателей еще раз обратиться в тот же самый магазин за новыми покупками. Репутация является тем, что способно увеличить прибыль и/или выручку монополистически конкурентной фирмы. Продавец/официант получает выгоду как процент от выручки или как увеличение заработной платы от роста предельной выручки (при увеличении прибыли). **(10 баллов)**

5. Зарплата официанта ресторана зависит не только от выручки от клиента, но и от чаевых, которыми клиент готов наградить добросовестного и заботливого официанта. Проявляя заботу об экономии средств клиента, официант может разумно предполагать, что сэкономленные на блюде средства клиент готов будет отдать официанту в виде чаевых. В отличие от выручки чаевые являются чистым доходом официанта, они могут покрыть убытки от недополученных процентов от выручки. **(10 баллов)**

6. Некоторые участники олимпиады высказывали идею, что это увеличивает продажи скоропортящихся товаров (газет в магазине и продуктов в ресторане), по которым уже оплачены невозвратные издержки. Продажа «залежавшихся» товаров по любой положительной цене увеличивает выручку. Сами «залежавшиеся» товары могут возникать за счет оптовых закупок и заготовок, то есть таких, при которых увеличение объема закупки или заготовки приводит к уменьшению цены за единицу

продукции. Утверждение логичное, однако неочевидно, что снижение оптовой цены покроет невозвратные потери и убытки от продажи бутылки со скидкой. **(5 баллов)**

7. Некоторые участники олимпиады выдвинули идею о том, что рекламные объявления в газете *Daily Telegraph* могут усилить желание покупателей приобрести дополнительные товары в данном магазине. Утверждение логичное, однако неочевидно, что это покроет убытки от продажи бутылки со скидкой. **(3 балла)**

Критерии проверки:

Каждый фактор на 10 баллов оценивался по следующей схеме:

- **10 баллов** — приведено полное обоснование фактора
- **5 баллов** — приведено недостаточное обоснование фактора (например, нет взаимосвязи между фактором и выгодой для продавца/официанта)
- **3 балла** — приведен фактор без обоснования

Задание 4. «Служба в армии»

Прежде всего, проводимое Васей исследование посвящено влиянию службы в армии на доход человека, а не сравнению доходов в России и США, поэтому все рассуждения про то, что в США зарплаты больше, чем в России, равно как и другие не имеющие отношения к вопросу задачи мысли (про влияние службы в армии на характер человека, про то, какая страна больше воюет, про гонку вооружений и холодную войну и т.д.), не оценивались.

Чтобы провести максимально точное исследование, Васе, в идеальном случае, нужны были бы две группы людей с одинаковыми характеристиками (социально-демографическими, сферой деятельности и так далее), но такие, чтобы люди из одной группы служили в армии, а из другой — нет. Соответственно, в первом пункте надо было объяснить, почему выборки и по России, и по США не похожи на эту ситуацию, во втором пункте — почему Draft Lottery позволяет создать условия, приближенные к идеальным.

Пункт 1: 10 баллов = 5 за Россию + 5 за США.

Россия: Есть два источника проблем с выборкой. Первый — это обязательный призыв. Когда призывается большая часть мужского населения, непонятно, с кем сравнивать доходы служивших (**3 балла**). Второй — это то, что службы, как правило, избегают не случайные люди (как в случае с Draft Lottery, к примеру), а либо те, у кого есть серьезные проблемы со здоровьем, либо обладатели хорошего образования (закончившие вузы с военными кафедрами / обладатели ученой степени). В обоих случаях отбор неслучаен (**2 балла**).

США: Отбор неслучайный. В армию, как правило, идут люди, желающие связать свою дальнейшую жизнь с этой сферой деятельности, поэтому, скорее всего, найти две группы очень похожих людей, отличающихся только фактом службы в армии, не получится (служившие будут отличаться ещё и тем, что будут либо по-прежнему служить в армии, либо работать в других силовых структурах) (**5 баллов**). В этом пункте возможен дробный балл в случае, если указан факт неслучайного отбора, но нет рассуждений о том, что это приведет к невозможности сравнения двух групп (**2 балла**).

Пункт 2: 10 баллов.

Из-за того, что призыв обязательный, не будет характерных для США проблем с неслучайным отбором (**5 баллов**), а благодаря тому, что призывают не всех, а только часть населения, не будет и характерных для России (где неслужившие зачастую отличаются от служивших либо состоянием здоровья, либо образованием) проблем с поиском контрольной группы (**5 баллов**).

Задание 5. «Торговля и инфраструктура»

На мировом рынке страна будет продавать игреки и покупать иксы в силу сравнительного преимущества — альтернативная стоимость одного игрека внутри страны постоянна и равна $2/2=1$, в то время как на мировом рынке игреки вдвое дороже иксов. При международной торговле количество иксов и игреков, участвующих в сделке на мировом рынке, будет относиться как 2:1 (за один игрек дают два икса), так как по условию игреки вдвое дороже иксов.

Преобразуем функцию транспортных затрат, избавившись от одной из переменных. Пусть страна участвует в международной торговле и обменивает \tilde{x} иксов на \tilde{y} игреков. Тогда:

$$\tilde{L} = 0,01\tilde{x}^2 + 0,01\tilde{y}^2 = 0,01(2\tilde{y})^2 + 0,01\tilde{y}^2 = 0,05\tilde{y}^2$$

Пусть $X = x + \tilde{x}$ — располагаемое (после торговли) количество иксов, равное сумме произведённого внутри страны и купленного на рынке. Аналогично, $Y = y - \tilde{y}$. Тогда $X = x + \tilde{x} = x + 2\tilde{y}$. Будем искать максимально возможное количество Y для всех X . Будем оптимизировать функцию $Y(\tilde{y})$, считая X параметром, на зависящей от X области определения. Область определения можно найти из рассуждения, что количество произведённых иксов не может быть отрицательным: $x = X - 2\tilde{y} \geq 0$, откуда $\tilde{y} \leq 0,5X$.

Весь труд тратится на три вида деятельности: производство иксов и игреков, а так же на транспортировку.

$$\begin{aligned} L_x = 2x = 2(X - 2\tilde{y}); \quad L_y = 2y = 2(Y + \tilde{y}); \quad \tilde{L} = \frac{\tilde{y}^2}{20}; \quad L = 90 \\ L_x + L_y + \tilde{L} = 2(X - 2\tilde{y}) + 2(Y + \tilde{y}) + \frac{\tilde{y}^2}{20} = 90 \\ X - 2\tilde{y} + Y + \tilde{y} + \frac{\tilde{y}^2}{40} = 45 \\ Y = 45 + \tilde{y} - \frac{\tilde{y}^2}{40} - X \rightarrow \max, 0 \leq \tilde{y} \leq 0,5X \end{aligned}$$

Графиком функции $Y(\tilde{y})$ является квадратичная парабола с ветвями вниз. Максимум достигается в вершине $\tilde{y} = 20$. Но вершина попадает в область определения только когда $\tilde{y} = 20 \leq 0,5X$, то есть $X \geq 40$. В противном случае максимум будет на правой границе области определения $\tilde{y} = 0,5X$.

Следовательно, один участок границы МТВ имеет следующий вид:

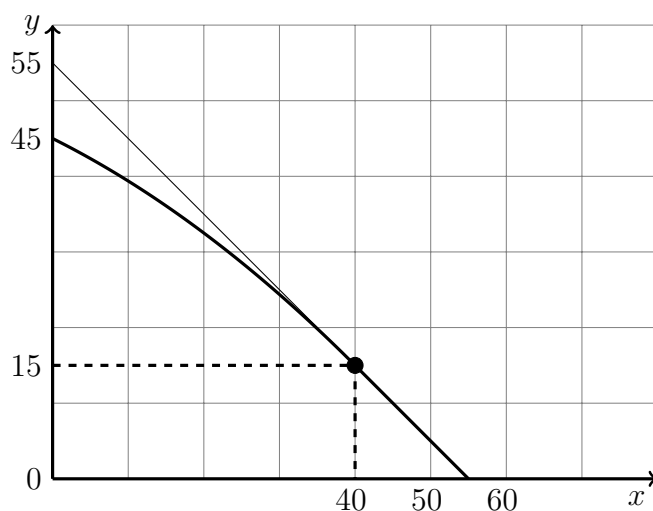
$$Y = 45 + \tilde{y} - \frac{\tilde{y}^2}{40} - X = 45 + 20 - \frac{20^2}{40} - X = 55 - X$$

Другой участок границы МТВ имеет такой вид:

$$Y = 45 + \tilde{y} - \frac{\tilde{y}^2}{40} - X = 45 + 0,5X - \frac{(0,5X)^2}{40} - X = 45 - 0,5X - \frac{X^2}{160}$$

Запишем итоговый ответ:

$$Y = \begin{cases} 45 - 0,5X - \frac{X^2}{160}, & 0 \leq x < 40 \\ 55 - X, & 40 \leq x \leq 55 \end{cases}$$



Критерии проверки:

- **4 балла** можно было получить за рассуждения о том, что x импортируется, а y экспортируется. Например, можно было сравнить альтернативные издержки производства этих товаров внутри страны и их цену на мировом рынке. Если объяснение не было достаточным, например, упоминались только АИ или только цена на мировом рынке, баллы снижались.
- Выписано соотношение $x = 2y$ — **1 балл**. За переписанное условие соотношения цен этот балл не ставился.
- Вывод функции издержек от одной переменной $Y(\tilde{y})$ — **4 балла**.
- Верно найдена точка излома $\tilde{y} = 0,5X$ — **2 балла**.
- За получение левой и правой частей графика ставилось **по 3 балла**.
- Правильный ответ в виде кусочно-заданной функции — **1 балл**.
- Верно построенный график — **2 балла**.
- Если в работе были части, противоречащие друг другу, то за критерий, которому соответствовали противоречащие рассуждения, ставилось **0 баллов**. Если рассуждения в какой-то момент становились неверными или обрывались и из них логически не следовал ответ, баллы за ответ в таком случае не ставились, даже если он был получен.

- Ошибочно было полагать, что в случае участия в международной торговле страна несёт издержки в размере $0,01\tilde{x}^2 + 0,01\tilde{y}^2$ для всех иксов и игреков — на самом деле, транспортные издержки зависят от количеств икса и игрека, поучаствовавших в обмене на мировом рынке; если же единица какого-либо товара была произведена внутри страны и осталась внутри страны для потребления, то такая единица, очевидно, не увеличивает транспортные издержки. Такая интерпретация условия приводила к серьёзной потере баллов.